Détermination de la constante d'addition d'une d'une station totale sans base de calibration

Joël VAN CRANENBROECK

NDLR: Sur certains chantiers de génie-civil, il arrive que le topographe doive travailler avec une ou plusieurs stations totales, et mesurer sur les prismes réflecteurs non appariés à ces stations totales.
L'auteur nous propose ici une méthode de détermination de la constante d'addition d'une station totale sur un prisme en mesurant angles et distances depuis des stations libres. Un exemple numérique est fourni.

MOTS-CLÉS

constante d'addition, station totale, mesure de distance électro-optique, topographie, contrôle qualité topographique

Introduction

Si le point origine de la mesure électronique de distance ne se trouve pas sur l'axe de pivotement d'une station totale, il faut que cet écart soit pris en considération sous forme d'une correction. Il en est de même pour les réflecteurs. Cette correction est due aux délais, détours géométriques et excentricités liés à l'intégration des composants optoélectronique.

La somme de ces deux corrections est désignée "constante d'addition *k*".

La constante d'addition est différente selon les combinaisons "instrument-prisme" utilisées. D'habitude elle est réduite à zéro par le fabriquant pour une combinaison donnée.

Si la constante d'addition de la combinaison instrumentale utilisée n'est pas connue, elle est généralement déterminée par une méthode simple consistant à mesurer deux distances D_1 et D_2 entre trois points alignés ainsi que la distance totale D entre les extrémités.
On trouve :

$$D+k=(D_1+k)+(D_2+k)$$

d'où :

$$k=D-(D_1+D_2)$$

Cette méthode ne pourra pas garantir une grande précision dans l'estimation de la valeur de cette constante. Cette procédure est suffisante pour un contrôle rapide de la constante d'addition, mais ne peut être considérée comme suffisamment fiable.

Une meilleure solution consiste à établir sur un alignement rectiligne, une série de piliers et les placer à des intervalles de distances proportionnelles. La mesure de toutes les combinaisons des sections ainsi formées, permet via un traitement de ces observations surabondantes par la méthode des moindres carrés, d'en dégager une meilleure estimation.

De telles bases de calibration de la constante d'addition des distancemètres électro-optique (et des stations totales) ont été établies dans le monde entier par des institutions techniques et scientifiques mais également par les constructeurs d'instruments topographiques.

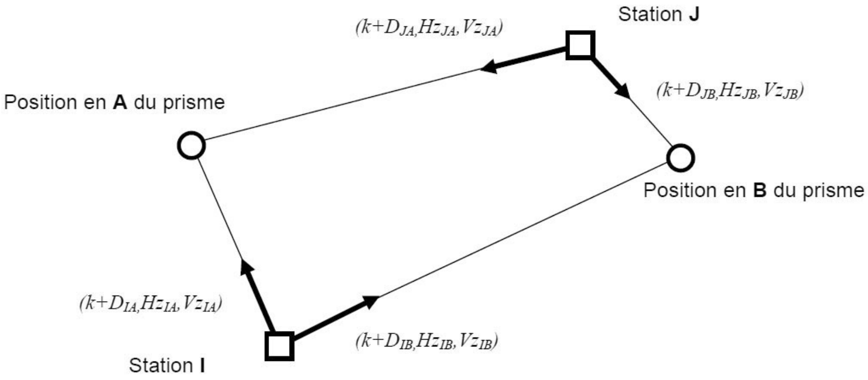
Station Totale

Si de telle base pouvait se justifier par le fait que les premières générations de distancemètres électro-optiques étaient des instruments indépendants monté sur les théodolites, aujourd'hui les angles des stations totales intégrant de tels distancemètres sont à même de contribuer à la détermination de la constante d'addition.
En effet la précision angulaire est souvent supérieure à la qualité de la mesure de distance sur de courtes portées. Ainsi, il est possible de s'affranchir d'une base de calibration rectiligne et de résoudre le problème dans des espaces plus réduits.
Cette nouvelle méthode permet donc, à faible moyen, de contrôler et de déterminer une constante d'addition en un temps très court, voire même sur le site de levé.
Nous avons pu apprécier cette souplesse sur de nombreux chantiers de construction où les accessoires (prismes circulaires, cibles autocollantes rétro-réfléchissantes, mesures sans contact, etc.) sont souvent issus de plusieurs fournisseurs différents. Le risque est bien réel d'ignorer la valeur exacte de cette constante d'addition pour des travaux d'implantation par exemple.
Nous avons souvent exigé de placer à demeure plusieurs prismes et autres cibles sur un mur pour permettre aux topographes de vérifier les différentes valeurs des constantes d'addition.

Méthodologie

On considère au minimum deux mises en station **I** et **J** vers deux positions du prisme **A** et **B**. L'extension à plus de deux mises en station est évidente mais ne sera pas considérée ici.

Soit le schéma d'observation suivant :



La distance **AB** n'est pas connue et ne doit pas être déterminée.

Toutes les distances mesurées (D_{IA}, D_{IB}, D_{JA}, D_{JB}) sont affectées de la même constante d'addition k.

Le matériel nécessaire se compose donc de trois trépieds avec deux embases, un prisme et son porteur, une station totale complètement équipée (embase, batterie, carte mémoire).

L'organisation de la prise des observations se réalise en deux étapes :

Pas 1 : On débute la station en **I** en visant le prisme en position **A**, puis en position **B**. Il n'y a pas nécessairement ouverture du cercle en **Hz0** sur le prisme en position **A**.
Pas 2 : On change de station en **J** (déplacement complet de l'équipement) et l'on vise le prisme en position **B** puis en position **A**.
Le traitement des données est décrit ci-après et peut inclure d'autres mises en station.

On évitera des visées zénithales importantes en plaçant les trépieds à peu près à la même hauteur et l'on veillera à réaliser des visées angulaires parfaites. Les stations totales automatiques intégrant un dispositif de pointé et de mesure automatique du prisme, mettront davantage en évidence la rapidité du procédé.

Traitement mathématique

Nous devons traiter le problème directement dans l'espace 3D pour pouvoir déterminer la constante d'addition k.

Soit les composantes des vecteurs issus de la station **I** :

$$\begin{aligned} u_{IA} &= (d_{IA}+k)\cdot \sin Hz_{IA} \cdot \sin Vz_{IA} \\ v_{IA} &= (d_{IA}+k)\cdot \cos Hz_{IA} \cdot \sin Vz_{IA} \\ w_{IA} &= (d_{IA}+k)\cdot \cos Vz_{IA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{IB} &= (d_{IB}+k)\cdot \sin Hz_{IB} \cdot \sin Vz_{IB} \\ v_{IB} &= (d_{IB}+k)\cdot \cos Hz_{IB} \cdot \sin Vz_{IB} \\ w_{IB} &= (d_{IB}+k)\cdot \cos Vz_{IB} \end{aligned}$$

Soit les composants des vecteurs issus de la station **J** :

$$\begin{aligned} u_{JA} &= (d_{JA}+k)\cdot \sin Hz_{JA} \cdot \sin Vz_{JA} \\ v_{JA} &= (d_{JA}+k)\cdot \cos Hz_{JA} \cdot \sin Vz_{JA} \\ w_{JA} &= (d_{JA}+k)\cdot \cos Vz_{JA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{JB} &= (d_{JB}+k)\cdot \sin Hz_{JB} \cdot \sin Vz_{JB} \\ v_{JB} &= (d_{JB}+k)\cdot \cos Hz_{JB} \cdot \sin Vz_{JB} \\ w_{JB} &= (d_{JB}+k)\cdot \cos Vz_{JB} \end{aligned}$$

Hz_{IA} et Vz_{IA}, Hz_{IB} et Vz_{IB}, Hz_{JA} et Vz_{JA}, Hz_{JB} *et* Vz_{JB} sont respectivement les directions horizontales et zénithales, d_{IA}, d_{IB}, d_{JA} et d_{JB} sont les différentes mesures de distance entachées toutes de la même constante d'addition k.

Soit les vecteurs issus des deux stations :

$$\vec{V}_{IA} = [u_{IA} \quad v_{IA} \quad w_{IA}]^T \qquad \vec{V}_{JA} = [u_{JA} \quad v_{JA} \quad w_{JA}]^T$$

$$\vec{V}_{IB} = [u_{IB} \quad v_{IB} \quad w_{IB}]^T \qquad \vec{V}_{JB} = [u_{JB} \quad v_{JB} \quad w_{JB}]^T$$

Dans un triangle quelconque au moyen des vecteurs $\vec{V}_{IA}$ et $\vec{V}_{IB}$ issus de **I** :

On obtient que $\vec{D} = \vec{V}_{IA} - \vec{V}_{IB}$

que nous élevons scalairement au carré pour obtenir : $(\vec{D})^2 = (\vec{V}_{IA} - \vec{V}_{IB})^2$

En développant on obtient :

$$(\vec{D})^2 = \|\vec{V}_{IA}\|^2 + \|\vec{V}_{IB}\|^2 - 2\cdot(\vec{V}_{IA} \bullet \vec{V}_{IB})$$

Si nous désignons les normes de $\vec{D}$, $\vec{V}_{IA}$ et $\vec{V}_{IB}$ par D, $d_{IA}+k$ et $d_{IB}+k$ il vient :

$$\begin{aligned} D^2 = {} & (d_{IA}+k)^2 + (d_{IB}+k)^2 \\ & - 2\cdot(d_{IA}+k)\cdot(d_{IB}+k)\cdot\cos(\vec{V}_{IA},\vec{V}_{IB}) \end{aligned}$$

En développant encore l'expression on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{D^2}{2} = {} & [k^2 + k\cdot(d_{IA}+d_{IB})]\cdot[1-\cos(\vec{V}_{IA},\vec{V}_{IB})] \\ & + \frac{d_{IA}^2 + d_{IB}^2}{2} - d_{IA}\cdot d_{IB}\cdot\cos(\vec{V}_{IA},\vec{V}_{IB}) \end{aligned}$$

En posant : $A_i = (1-\cos(\vec{V}_{IA},\vec{V}_{IB}))$

et $B_i = \dfrac{d_{IA}^2 + d_{IB}^2}{2} - d_{IA}\cdot d_{IB}\cdot\cos(\vec{V}_{IA},\vec{V}_{IB})$

On obtient :

$$\frac{D^2}{2} = A_i \cdot k^2 + A_i\cdot(d_{IA}+d_{IB})\cdot k + B_i$$

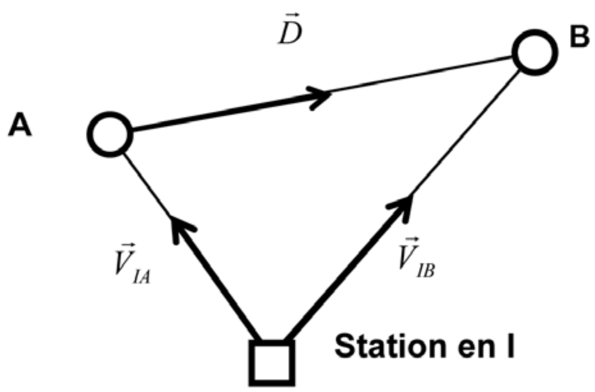
De la station J, nous obtiendrons la relation suivante :

$$\frac{D^2}{2} = A_j \cdot k^2 + A_j\cdot(d_{JA}+d_{JB})\cdot k + B_j$$

Avec :

$A_j = (1-\cos(\vec{V}_{JA},\vec{V}_{JB}))$

et $B_j = \dfrac{d_{JA}^2 + d_{JB}^2}{2} - d_{JA}\cdot d_{JB}\cdot\cos(\vec{V}_{JA},\vec{V}_{JB})$



Ne connaissant pas la valeur de D, nous soustrayons les deux équations relatives aux observations faites en **I** et **J** sur les deux positions **A** et **B** du prisme dont on souhaite déterminer la constante d'addition k.

$$(A_i - A_j)\cdot k^2 +$$
$$(A_i - A_j)\cdot(d_{IA} + d_{IB} - d_{JA} - d_{JB})\cdot k + B_i + B_j = 0$$

Dont on obtiendra les valeurs de k dont une seule valeur conviendra.

En posant :

$$a = (A_i - A_j)$$
$$b = (A_i - A_j)\cdot(d_{IA} + d_{IB} - d_{JA} - d_{JB})$$
$$c = B_i - B_j$$

L'équation à résoudre s'écrira finalement :

$$a\cdot k^2 + b\cdot k + c = 0$$

$$k' = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad k'' = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Exemple numérique

Nous vous proposons un exemple numérique complet pour vous permettre de tester les formules développées ci-avant. Une feuille de calcul en Excel nous semble un bon moyen pour automatiser les différentes étapes.

Feuille de calcul de la constante :

Observations réalisées en Station **I**

Vers	*Hz(gon)*	*Vz(gon)*	*Ds(mm)*
A	261.1497	102.7767	3392.2300
B	60.9424	100.0576	3734.5400

Observations réalisées en Station **J**

Vers	*Hz(gon)*	*Vz(gon)*	*Ds(mm)*
A	69.6288	102.8018	3164.5600
B	69.2969	99.9713	10285.3900

Vers	*Hz(rad)*	*Vz(rad)*	*Ds(mm)*	*u*	*v*	*w*
A	4.102130	1.614413	3392.2300	-0.81872019	-0.57253478	-0.04360247
B	0.957281	1.571701	3734.5400	0.81762880	0.57574503	-0.00090478

Vers	*Hz(rad)*	*Vz(rad)*	*Ds(mm)*	*u*	*v*	*w*
A	1.093727	1.614807	3164.5600	0.88748408	0.45873340	-0.04399637
B	1.088513	1.570346	10285.3900	0.88593820	0.46380308	0.00045082

			AI	*AI(dIA+dIB)*	*BI*
VIA.VIB =	-0.999004		1.9990038	14246.4403	25382805.1
			AJ	*AJ(dJA+dJB)*	*BJ*
VJA.VJB =	0.9989982		0.00100182	13.4744524	25385718

			a	**b**	**c**
*dIA * dIB =*	12668419		1.99800198	14232.9659	-2912.88747
*dJA * dJB =*	32548734		*rho*	*k'*	*k''*
		racine =	14233.7837	**0.20**	-7123.80413

	k'	
La constante d'addition est :	0.20	mm

Conclusion

Cette nouvelle méthode de détermination de la constante d'addition permet à tout opérateur de vérifier et de contrôler son ensemble "station totale-prisme". Elle est suffisamment souple pour permettre aussi l'utilisation de toute combinaison de marque différente ce qui répond à une réalité quotidienne. Nous espérons que cette nouvelle méthode rencontrera vos attentes en matière de maîtrise de la qualité de vos travaux en topométrie et en géodésie et sera considérée notamment dans les spécifications techniques pour l'assurance qualité de ces travaux. ●

Contact

Joël VAN CRANENBROECK
Géomètre-expert
Managing Director CGEOS
Creative Geosensing SPRL Namur, Belgique
joel@creative-geosensing.com

ABSTRACT

If the origin point of an electronic distance-measuring device (EDM) is not on the pivot axis of a total station, this difference must be taken into account as a correction. The same applies to reflectors. This correction is due to delays, geometric detours and eccentricities related to the integration of optoelectronic components.
The sum of these two corrections is called "addition constant k".
The addition constant is different according to the "instrument-prism" combinations used. Usually it is reduced to zero by the manufacturer for a given combination.
A new method is presented in that paper using both angles and distances from a Total Station for determining the addition constant.
It has been promoted and used efficiently on many construction sites by surveyors using a combination of instruments and accessories from various brands.